Le modèle Nouveau Keynésien: L'optimisation intertemporelle des ménages I

- Les ménages choisissent le flux de consommation, de balances réelles, de crédit et d'offre de travail sur un horizon infini:

$$\max_{c_t, n_t, m_t, b_t} \mathrm{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left[\frac{c_{t+s}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{\gamma}{1-\delta} \left(\frac{m_{t+s}}{P_{t+s}} \right)^{1-\delta} - \chi \frac{N_{t+s}^{1+\eta}}{1+\eta} \right]$$

sous la contrainte budgétaire suivante:

$$N_t \frac{w_t}{P_t} + \frac{m_{t-1}}{P_t} + \left(1 + r_{t-1}\right) \frac{b_{t-1}}{P_t} + \Pi_t = c_t + \frac{m_t}{P_t} + \frac{b_t}{P_t}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: L'optimisation intertemporelle des ménages II

- La solution du programme d'optimisation se fait via la Langrangienne:

$$L = \mathrm{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left\{ \left[\frac{c_{t+s}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{\gamma}{1-\delta}\left(\frac{m_{t+s}}{P_{t+s}}\right)^{1-\delta} - \chi \frac{N_{t+s}^{1+\eta}}{1+\eta} \right] \right.$$

$$\left. + \lambda_t \left[N_t \frac{w_t}{P_t} + \frac{m_{t-1}}{P_t} + (1+r_{t-1})\frac{b_{t-1}}{P_t} + \Pi_t - c_t - \frac{m_t}{P_t} - \frac{b_t}{P_t} \right] \right\}$$

- Condition de premier ordre de la consommation et du crédit:

$$c_t^{-\sigma} = \lambda_t$$

$$\lambda_t \frac{1}{P_t} = \lambda_{t+1}\beta(1+r_t)\frac{1}{P_{t+1}}$$

$$Equation d'Euler: c_t^{-\sigma} = c_{t+1}^{-\sigma}\beta \frac{(1+r_t)P_t}{P_{t+1}}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: L'optimisation intertemporelle des ménages III

- Condition de premier ordre de la demande monétaire:

$$\gamma m_t^{-\delta}\left(\frac{1}{P_t}\right)^{1-\delta} - \lambda_t \frac{1}{P_t} + \lambda_{t+1}\beta \frac{1}{P_{t+1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \gamma m_t^{-\delta}\left(\frac{1}{P_t}\right)^{1-\delta} - \lambda_{t+1}\beta(1+r_t)\frac{1}{P_{t+1}} + \lambda_{t+1}\beta \frac{1}{P_{t+1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \gamma m_t^{-\delta}\left(\frac{1}{P_t}\right)^{1-\delta} - \frac{c_{t+1}^{-\sigma}\beta}{P_{t+1}} r_t = 0 \quad \Bigg\| \quad Euler: c_{t+1}^{-\sigma} = c_t^{-\sigma}\frac{P_{t+1}}{\beta(1+r_t)P_t}$$

$$\Leftrightarrow \gamma\left(\frac{m_t}{P_t}\right)^{-\delta} = c_{t+1}^{-\sigma}\frac{r_t}{1+r_t}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: L'optimisation intertemporelle des ménages IV

- Condition de premier ordre de l'offre de travail:

$$\chi N_t^{\eta} = \lambda_t \frac{w_t}{P_t}$$

$$\Leftrightarrow \chi N_t^{\eta} = c_t^{-\sigma} \frac{w_t}{P_t}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo I

- A chaque période, seulement un certain pourcentage d'entreprise peut changer ses prix:
  - ω: Probabilité que l'entreprise ne peut pas changer ses prix
  - $1-\omega$: Probabilité que l'entreprise peut changer ses prix
- Interprétation macro-économique:
  - ω: part des entreprises qui ne changent pas leurs prix
  - $1-\omega$: part des entreprises qui changent leurs prix
- Les entreprises ne savent pas exactement quand est-ce qu'elles changent leurs prix:
  - Probabilité qu'une entreprise ne change pas ses prix pour *s* périodes: ω^s

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo II

- Les entreprises qui changent leurs prix p_{jt} au moment *t*, les font de manière à maximiser la valeur escomptée de leurs profits.
- La maximisation se fait sous les contraintes:
  - Qu'elles ne peuvent pas changer leurs prix à *t+i* avec une certaine probabilité
  - Qu'elles appliquent un taux d'escompte déterminé par l'appréciation des ménages de la consommation future $0<\Delta_{i,t+i}<1$
  - Des coûts marginaux réels $\varphi_t = \frac{W_t / P_t}{A_t}$
  - De la demande pour leurs biens $c_{jt} = \left(\frac{p_{jt}}{P_t}\right)^{-\theta} C_t$

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo III

- Le taux d‘escompte des entreprise est déterminé par le goût des ménages pour la consommation future
  - → Hypothèse: les ménages sont les propriétaires finaux du secteur des entreprises

$$\Delta_{i,t+i} = \underbrace{\beta^i \left(\frac{C_{t+i}}{C_t} \right)^{-\sigma} = \frac{1}{1+r_t}}_{\substack{Equation\,d'Euler \\ des\,ménages}}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo IV

- L'entreprise représentative maximise alors:

$$\max_{p_{jt}} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \Delta_{i,t+i} \left[\frac{p_{jt} c_{jt+i}}{P_{t+i}} - \varphi_{t+i} c_{jt+i} \right]$$

$$\max_{p_{jt}} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \Delta_{i,t+i} \left[\frac{p_{jt}}{P_{t+i}} \left(\frac{p_{jt}}{P_{t+i}} \right)^{-\theta} C_{t+i} - \varphi_{t+i} \left(\frac{p_{jt}}{P_{t+i}} \right)^{-\theta} C_{t+i} \right]$$

$$\max_{p_{jt}} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \Delta_{i,t+i} \left[\left(\frac{p_{jt}}{P_{t+i}} \right)^{1-\theta} - \varphi_{t+i} \left(\frac{p_{jt}}{P_{t+i}} \right)^{-\theta} \right] C_{t+i}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo V

- Les conditions de premier ordre (par rapport à $p_{jt} = p^*$)

$$\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \Delta_{i,t+i} \left[(1-\theta) \frac{1}{P_{t+i}} \left(\frac{p_t^*}{P_{t+i}} \right)^{-\theta} + \theta \varphi_{t+i} \frac{1}{P_{t+i}} \left(\frac{p_t^*}{P_{t+i}} \right)^{-\theta-1} \right] C_{t+i} = 0$$

Multiplié par $\left(p_t^*\right)^{\theta+1} P_t^{-\theta+1}$

$$\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \Delta_{i,t+i} \left[p_t^* (1-\theta) \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta-1} + \theta \varphi_{t+i} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta} P_t \right] C_{t+i} = 0$$

$$\frac{p_t^*}{P_t} = \frac{\theta}{\theta-1} \frac{\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \Delta_{i,t+i} \varphi_{t+i} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta} C_{t+i}}{\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \Delta_{i,t+i} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta-1} C_{t+i}}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo VI

- En utilisant la définition du taux d'escompte des entreprises, la condition d'optimalité des prix peut donc être réécrite:

$$\frac{p_t^*}{P_t} = \frac{\theta}{\theta - 1} \frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i (C_{t+i})^{1-\sigma} \varphi_{t+i} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta}}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i (C_{t+i})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta - 1}}$$

- En fixant leur prix optimal, les entreprises prennent en compte:
  - L'élasticité de la demande
  - Les coûts marginaux réels présents et futurs
  - Le niveau général des prix présents et futurs
  - Le niveau de la consommation présents et futurs

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo VII

- Cas limite

  toutes les entreprises peuvent changer leurs prix dans toutes les périodes (cas des prix flexible)

  → ω = 0

$$\frac{p_t^*}{P_t} = \frac{\theta}{\theta - 1} \frac{\mathrm{E}_t \omega^0 \beta^0 (C_t)^{1-\sigma} \varphi_t \left(\frac{P_t}{P_t}\right)^{\theta}}{\mathrm{E}_t \omega^0 \beta^0 (C_t)^{1-\sigma} \left(\frac{P_t}{P_t}\right)^{\theta-1}} = \frac{\theta}{\theta - 1}\varphi_t \equiv \mu\varphi_t$$

- A l'équilibre, les entreprises fixent leurs prix avec une marge sur les coûts marginaux nominaux:

$$\frac{p_t^*}{P_t} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\mu} = \varphi_t, \varphi_t = \frac{w_t / P_t}{A_t} \Leftrightarrow P_t = \mu \frac{w_t}{A_t}$$

Le modèle Nouveau Keynésien: La fixation des prix à la Calvo VIII

- L'équilibre sur le marché du travail:

  Le taux de substitution marginal entre consommation et travail doit être égal au salaire réel:

$$\frac{w_t}{P_t} = \frac{\chi N_t^{\eta}}{C_t^{-\sigma}} \overset{!}{=} \frac{A_t}{\mu}$$

- L'emploi d'équilibre est alors fonction du choc technologique, de la consommation d'équilibre et des préférences:

$$N_t = \left(\frac{w_t}{P_t}\frac{C_t^{-\sigma}}{\chi}\right)^{\frac{1}{\eta}} = \left(\frac{A_t}{\mu}\frac{C_t^{-\sigma}}{\chi}\right)^{\frac{1}{\eta}}$$

Interlude : La linéarisation d'un modèle non linéaire I

- La méthode de l'approximation linéaire:
  - Les variables endogènes sont remplacées par leur déviation par rapport à l'équilibre stationnaire

    Par exemple:

x^{ss}	État stationnaire
$\hat{x}_t \equiv \frac{x_t - x^{ss}}{x^{ss}}$	Déviation (en %) de l'état stationnaire
$x_t = x^{ss}\left(1+\hat{x}_t\right)$	Identité

Interlude : La linéarisation d'un modèle non linéaire II

- Règle de calcul:
  - Multiplication:

$$x_t y_t = x^{ss}(1+\hat{x}_t)y^{ss}(1+\hat{y}_t) = x^{ss}y^{ss}(1+\hat{x}_t)(1+\hat{y}_t)$$

Approximation: $x_t y_t = x^{ss}y^{ss}(1+\hat{x}_t+\hat{y}_t)$

  - Puissance

$$x_t^a = \left(x^{ss}\right)^a(1+\hat{x}_t)^a \approx \left(x^{ss}\right)^a(1+a\hat{x}_t)$$

  - Logarithme

$$\ln(x_t) = \ln\left(x^{ss}(1+\hat{x}_t)\right) \approx \ln\left(x^{ss}\right)+\hat{x}_t$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne I

- Retour à la fixation des prix à la Calvo

$$P_t^{1-\theta} = \left[\int_0^1 p_{jt}^{1-\theta} dj \right] = (1-\omega)\left(p_t^*\right)^{1-\theta} + \omega P_{t-1}^{1-\theta}$$

- Approximation linéaire autour de l'état stationnaire:

$$1 = \left[(1-\omega)\left(\frac{\overline{p}^*}{\overline{P}}\right)^{1-\theta} + \omega\left(\frac{\overline{P}}{\overline{P}}\right)^{1-\theta} \right]\left(1 + (1-\omega)(1-\theta)\hat{q}_t + \omega(1-\theta)\hat{p}_{t-1} - \omega(1-\theta)\hat{p}_t\right)$$

$$0 = (1-\omega)(1-\theta)\hat{q}_t + \omega(1-\theta)\left(\hat{p}_{t-1} - \hat{p}_t\right)$$

$$\hat{q}_t = \frac{\omega}{1-\omega}\pi_t$$

avec q_t: le prix relatif entre prix optimal et niveau général des prix

$$q_t = \frac{p_t^*}{P_t}$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne II

- Evolution du prix optimal:

$$q_t = \frac{p_t^*}{P_t} = \frac{\theta}{\theta - 1} \frac{\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i (C_{t+i})^{1-\sigma} \varphi_{t+i} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta}}{\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i (C_{t+i})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta-1}}; \quad \mu \equiv \frac{\theta}{\theta - 1}$$

$$\Leftrightarrow q_t \left[\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i (C_{t+i})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta-1} \right] = \mu \left[\mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i (C_{t+i})^{1-\sigma} \varphi_{t+i} \left(\frac{P_{t+i}}{P_t} \right)^{\theta} \right]$$

- approximation linéaire:

$$\overline{C}^{1-\sigma} \overline{q} \left(\frac{\overline{P}}{\overline{\overline{P}}} \right)^{1-\theta} \left[\sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i \left(1 + \hat{q}_t + \left((1-\sigma) \mathrm{E}_t \hat{c}_{t+i} + (\theta - 1)(\mathrm{E}_t \hat{p}_{t+i} - \hat{p}_t) \right) \right) \right]$$

$$= \mu \overline{C}^{1-\sigma} \overline{\varphi} \left(\frac{\overline{P}}{\overline{\overline{P}}} \right)^{1-\theta} \left[\sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i \left(1 + \left(\mathrm{E}_t \hat{\varphi}_{t+i} + (1-\sigma) \mathrm{E}_t \hat{c}_{t+i} + (\theta - 1)(\mathrm{E}_t \hat{p}_{t+i} - \hat{p}_t) \right) \right) \right]$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne III

- Notons que $\sum_{i=0}^{\infty} \omega^i \beta^i = \frac{1}{1-\omega\beta}$ et $\frac{\overline{p}^*}{\overline{P}} = \mu\overline{\varphi} = 1$
- L'équation précédente peut alors être réécrite de la manière suivante:

$$\frac{1}{1-\omega\beta}\left(1+\hat{q}_t\right)+\sum_{i=0}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\left(1-\sigma\right)\mathrm{E}_t\hat{c}_{t+i}+\left(\theta-1\right)\left(\mathrm{E}_t\hat{p}_{t+i}-\hat{p}_t\right)\right)$$

$$=\frac{1}{1-\omega\beta}+\sum_{i=0}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\mathrm{E}_t\hat{\varphi}_{t+i}+\left(1-\sigma\right)\mathrm{E}_t\hat{c}_{t+i}+\theta\left(\mathrm{E}_t\hat{p}_{t+i}-\hat{p}_t\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{1-\omega\beta}\hat{q}_t=\sum_{i=0}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\mathrm{E}_t\hat{\varphi}_{t+i}+\left(\mathrm{E}_t\hat{p}_{t+i}-\hat{p}_t\right)\right)=\sum_{i=0}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\mathrm{E}_t\hat{\varphi}_{t+i}+\mathrm{E}_t\hat{p}_{t+i}\right)-\frac{1}{1-\omega\beta}\hat{p}_t$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne IV

- Réécrire l'équation en forme récursive:

$$\hat{q}_t + \hat{p}_t = (1-\omega\beta)\sum_{i=0}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\mathrm{E}_t\hat{\varphi}_{t+i} + \mathrm{E}_t\hat{p}_{t+i}\right)$$

$$\hat{q}_t + \hat{p}_t = (1-\omega\beta)(\hat{\varphi}_t + \hat{p}_t) + (1-\omega\beta)\sum_{i=1}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\mathrm{E}_t\hat{\varphi}_{t+i} + \mathrm{E}_t\hat{p}_{t+i}\right)$$

$$\hat{q}_t + \hat{p}_t = (1-\omega\beta)(\hat{\varphi}_t + \hat{p}_t) + (1-\omega\beta)\sum_{i=0}^{\infty}\omega^{i+1}\beta^{i+1}\left(\mathrm{E}_t\hat{\varphi}_{t+i+1} + \mathrm{E}_t\hat{p}_{t+i+1}\right)$$

$$\hat{q}_t + \hat{p}_t = (1-\omega\beta)(\hat{\varphi}_t + \hat{p}_t) + (1-\omega\beta)\omega\beta\mathrm{E}_t\left[\sum_{i=0}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\mathrm{E}_{t+1}\hat{\varphi}_{t+i+1} + \mathrm{E}_{t+1}\hat{p}_{t+i+1}\right)\right]$$

$$\hat{q}_t + \hat{p}_t = (1-\omega\beta)(\hat{\varphi}_t + \hat{p}_t) + \omega\beta\mathrm{E}_t\left[(1-\omega\beta)\sum_{i=0}^{\infty}\omega^i\beta^i\left(\mathrm{E}_{t+1}\hat{\varphi}_{t+i+1} + \mathrm{E}_{t+1}\hat{p}_{t+i+1}\right)\right]$$

$$\hat{q}_t + \hat{p}_t = (1-\omega\beta)(\hat{\varphi}_t + \hat{p}_t) + \omega\beta\mathrm{E}_t\left[\hat{q}_{t+1} + \hat{p}_{t+1}\right]$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne V

- Finalement, la nouvelle courbe de Philipps:

$$
\begin{aligned}
&\hat{q}_t + \hat{p}_t = (1-\omega\beta)(\hat{\varphi}_t + \hat{p}_t) + \omega\beta \mathrm{E}_t[\hat{q}_{t+1} + \hat{p}_{t+1}] \\
&\Leftrightarrow \hat{q}_t = (1-\omega\beta)\hat{\varphi}_t + \omega\beta \mathrm{E}_t \hat{q}_{t+1} + \omega\beta(\mathrm{E}_t \hat{p}_{t+1} - \hat{p}_t) \\
&\Leftrightarrow \hat{q}_t = (1-\omega\beta)\hat{\varphi}_t + \omega\beta \mathrm{E}_t \hat{q}_{t+1} + \omega\beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1}
\end{aligned}
$$

- et donc:

$$
\hat{q}_t = \frac{\omega}{1-\omega}\pi_t \quad et \quad \hat{q}_t = (1-\omega\beta)\hat{\varphi}_t + \omega\beta \mathrm{E}_t \hat{q}_{t+1} + \omega\beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1}
$$

$$
\frac{\omega}{1-\omega}\pi_t = (1-\omega\beta)\hat{\varphi}_t + \frac{\omega}{1-\omega}\omega\beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1} + \omega\beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1}
$$

$$
\Rightarrow \pi_t = \frac{1-\omega}{\omega}(1-\omega\beta)\hat{\varphi}_t + \beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1}
$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne VI

- Comment passer des coûts marginaux à l'output gap?
  - L'output gap mesure la distance entre production potentielle et production actuelle
  - Il présente donc une mesure de la position sur le cycle conjoncturel
  - En général, il est plus facilement établi que les coûts marginaux (notamment, très peu d'information sur le niveau de la productivité totale des facteurs, A_t).
  - Exemples:
    - Mesurer l'output gap en filtrant la série du PIB (moyenne simple, moyenne pondérée, Hodrick-Prescott)
    - Mesurer l'output gap à partir d'une estimation d'une fonction de production (nécessite des séries de stocks de capital)

La courbe de Phillips nouveau keynésienne VII

- La production potentielle se détermine à partir du modèle à prix flexible
  - Absence d'investissement, donc: $Y_t = C_t = A_tN_t$
  - Approximation linéaire: $\overline{C}\left(1+\hat{c}_t\right)=\overline{A}\cdot\overline{N}\left(1+\hat{a}_t+\hat{n}_t\right)\Rightarrow\hat{c}_t=\hat{a}_t+\hat{n}_t$
  - Productivité marginale du travail = Taux marginal de substitution entre consommation et travail: $\dfrac{\chi N_t^{\eta}}{C_t^{-\sigma}}=\dfrac{A_t}{\mu}$
  - Approximation linéaire:

$$\frac{\chi\overline{N}^{\eta}}{\overline{C}^{-\sigma}}\left(1+\eta\cdot\hat{n}_t+\sigma\cdot\hat{c}_t\right)=\frac{\overline{A}}{\mu}\left(1+\hat{a}_t\right)\Rightarrow\hat{a}_t=\eta\cdot\hat{n}_t+\sigma\cdot\hat{c}_t\Leftrightarrow\hat{n}_t=\frac{1}{\eta}\hat{a}_t-\frac{\sigma}{\eta}\hat{c}_t$$

  - Donc Production potentielle:

$$\hat{c}_t=\hat{a}_t+\hat{n}_t\wedge\hat{n}_t=\frac{1}{\eta}\hat{a}_t-\frac{\sigma}{\eta}\hat{c}_t\Rightarrow\frac{\eta+\sigma}{\eta}\hat{c}_t=\frac{1+\eta}{\eta}\hat{a}_t$$

$$\Leftrightarrow\hat{y}_t^P=\hat{c}_t=\frac{1+\eta}{\eta+\sigma}\hat{a}_t$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne VIII

- Coûts marginaux: $\varphi_t = \frac{1}{A_t} \cdot \frac{w_t}{P_t}$
- Approximation linéaire:

$$\overline{\varphi}\left(1+\hat{\varphi}_t\right) = \frac{1}{\overline{A}} \cdot \frac{\overline{w}}{\overline{P}}\left(1+\hat{w}_t - \hat{p}_t - \hat{a}_t\right) \Leftrightarrow \hat{\varphi}_t = \hat{w}_t - \hat{p}_t - \hat{a}_t$$

- Équilibre du marché du travail: $\frac{w_t}{P_t} = \frac{\chi N_t^{\eta}}{C_t^{-\sigma}}$
- Approximation linéaire:

$$\frac{\overline{w}}{\overline{P}}\left(1+\hat{w}_t - \hat{p}_t\right) = \chi \frac{\overline{N}^{\eta}}{\overline{C}^{-\sigma}}\left(1+\eta \cdot \hat{n}_t + \sigma \cdot \hat{c}_t\right)$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \eta \cdot \hat{n}_t + \sigma \cdot \hat{c}_t$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \eta \cdot \hat{n}_t + \sigma \cdot \hat{y}_t$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne IX

- L'évolution des coûts marginaux est donc liée à l'output gap de la manière suivante:

$$\hat{\varphi}_t = \hat{w}_t - \hat{p}_t - \hat{a}_t \wedge \hat{w}_t - \hat{p}_t = \eta \cdot \hat{n}_t + \sigma \cdot \hat{y}_t$$
$$\hat{\varphi}_t = \eta \cdot \hat{n}_t + \sigma \cdot \hat{y}_t - \hat{a}_t$$
$$\hat{\varphi}_t = \eta \cdot \left(\hat{y}_t - \hat{a}_t\right) + \sigma \cdot \hat{y}_t - \hat{a}_t$$
$$\hat{\varphi}_t = (\eta + \sigma)\left(\hat{y}_t - \frac{1+\eta}{\eta+\sigma}\hat{a}_t\right)$$

- Or, le deuxième terme correspond à la définition de la production potentielle, donc:

$$\hat{\varphi}_t = (\eta + \sigma)\left(\hat{y}_t - \hat{y}_t^P\right)$$

- Et on obtient donc la courbe de Phillips avec anticipations:

$$\pi_t = \frac{1-\omega}{\omega}(1-\omega\beta)\hat{\varphi}_t + \wedge \hat{\varphi}_t = (\eta+\sigma)\left(\hat{y}_t - \hat{y}_t^P\right)$$
$$\Rightarrow \pi_t = \beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1} + \frac{1-\omega}{\omega}(1-\omega\beta)(\eta+\sigma)\left(\hat{y}_t - \hat{y}_t^P\right)$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne X

- La courbe de Phillips décrit la réaction de l'offre à court terme à des changements nominaux → courbe AS
- Pour clôturer le modèle, il faut déterminer la courbe AD à partir de l'équation d'Euler:

$$Y_t^{-\sigma} = c_t^{-\sigma} = c_{t+1}^{-\sigma}\beta\frac{(1+r_t)P_t}{P_{t+1}} = Y_{t+1}^{-\sigma}\beta\frac{1+r_t}{1+\mathrm{E}_t\pi_{t+1}}$$

  – Approximation linéaire:

$$\begin{aligned}
\bar{Y}^{-\sigma}(1-\sigma\hat{y}_t) &= \beta\bar{Y}^{-\sigma}\frac{1+\bar{r}}{1+\bar{\pi}}(1-\sigma\mathrm{E}\hat{y}_{t+1}-\mathrm{E}\hat{\pi}_{t+1}+\hat{r}_t)\\
-\sigma\hat{y}_t &= -\sigma\mathrm{E}\hat{y}_{t+1}-\mathrm{E}\hat{\pi}_{t+1}+\hat{r}_t\\
\hat{y}_t &= \mathrm{E}\hat{y}_{t+1}-\frac{1}{\sigma}(\hat{r}_t-\mathrm{E}\hat{\pi}_{t+1})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{y}_t+(\hat{y}_t^P-\hat{y}_t^P) &= \mathrm{E}_t\hat{y}_{t+1}+(\mathrm{E}_t\hat{y}_{t+1}^P-\mathrm{E}_t\hat{y}_{t+1}^P)-\frac{1}{\sigma}(\hat{r}_t-\mathrm{E}_t\hat{\pi}_{t+1})\\
\hat{y}_t-\hat{y}_t^P &= \mathrm{E}_t(\hat{y}_{t+1}-\hat{y}_{t+1}^P)-\frac{1}{\sigma}(\hat{r}_t-\mathrm{E}_t\hat{\pi}_{t+1})+u_t
\end{aligned}$$

avec le choc d'offre:

$$u_t \equiv \mathrm{E}_t\hat{y}_{t+1}^P-\hat{y}_t^P$$

La courbe de Phillips nouveau keynésienne XI

- Critique de la courbe de Phillips nouveau keynésienne:
  - L'équation d'Euler produit une dynamique contre-factuelle de la consommation:
    - La consommation augmente avec le taux d'intérêt réel
  - La courbe de Phillips est caractérisée par une dynamique contre-factuelle:
    - L'output gap et le changement d'inflation sont corrélés de manière négative
  - Le modèle de fixation des prix à la Calvo implique une persistance du niveau de prix, mais pas une persistance de l'inflation
    - Dans ce modèle, seul la persistance de l'output gap peut expliquer la persistance de l'inflation; en réalité la persistance de l'inflation est importante