Interlude III:
La modélisation en temps continu I

- La valeur escomptée en temps continu avec taux d‘escompte constant:

$$\int_0^T e^{-rt}dt$$

- Le taux d‘escompte variable, *r(t)*:
  – Taux d‘escompte moyen sur la période entre 0 et *t*:

$$\bar{r}_{0,t} = \frac{\int_0^t r(s)ds}{t}$$

  – Valeur escomptée:

$$\int_0^T e^{-\bar{r}_{0,t}t}dt = \int_0^T e^{-\frac{\int_0^t r(s)ds}{t}t}dt = \int_0^T e^{-\int_0^t r(s)ds}dt$$

Interlude III:
La modélisation en temps continu II

- Le salaire escompté anticipé (1)
  - Par définition, le salaire escompté anticipé au moment t s‘élève à:

$$\overline{w}_t \equiv E_t \int_t^{t+X} w(s) e^{-\int_t^s r(\tau)d\tau} ds$$

avec X: l‘espérance de vie restante et la probabilité d’atteindre l’age X>t donnée par: Pr(X>t) = exp(-pt).

  - Le salaire par période s’écrit comme une variable stochastique:

$$z(s) = \begin{cases} w(s) & si\ l'individu est\ toujours en\ vie\ à\ temps\ s \\ 0 & si\ l'individu n'est\ plus en\ vie\ à\ temps\ s \end{cases}$$

  - Ce qui permet de réécrire le salaire escompté anticipé:

$$\overline{w}_t = E_t \int_t^{\infty} z(s) e^{-\int_t^s r(\tau)d\tau} ds = \int_t^{\infty} E_t[z(s)] e^{-\int_t^s r(\tau)d\tau} ds$$

Interlude III:
La modélisation en temps continu III

- Le salaire escompté anticipé (2)
  - En utilisant la définition de z(s), on obtient alors:

$$\overline{w}_t = \int_t^\infty E_t[z(s)] e^{-\int_t^s r(\tau)d\tau} ds$$

$$= \int_t^\infty [w(s)\cdot \Pr(X > s-t) + 0\cdot \Pr(X \le s-t)] e^{-\int_t^s r(\tau)d\tau} ds$$

$$= \int_t^\infty w(s)\cdot e^{-p(s-t)} \cdot e^{-\int_t^s r(\tau)d\tau} ds$$

$$= \int_t^\infty w(s)\cdot e^{-\int_t^s (r(\tau)+p)d\tau} ds$$

Interlude III: La modélisation en temps continu IV

- La règle de Leibniz:

$$F(t) = \int_{a(t)}^{b(t)} f(j,t)\,dj$$

$$\Rightarrow$$

$$F'(t) = f(b(t),t)\,b'(t) - f(a(t),t)\,a'(t) + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f(j,t)}{\partial t}\,dj$$

Politique budgétaire:
Le modèle de Blanchard I

- Le modèle de Blanchard introduit l'idée des générations imbriquées afin d'analyser la dynamique de dette.
- Le modèle est composé d'un nombre infini de génération, chacune avec un taux de mortalité de *p*.
- Dans ce modèle, l'équivalence Ricardienne n'est en général pas garantie
- En même temps, le modèle permet d'analyser l'impact à long terme de différents types de politique budgétaire.

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard II

- Le problème des ménages:
  - La démographie
    - Espérance de vie X

$$\Pr[X > \tau] = e^{-p\tau}$$

    - Croissance de la population: *n*=*b*-*p*, avec *b*: taux de natalité, *p*: taux de mortalité

$$L(t) = L_0 e^{nt}, \quad n = b - p$$

  - Les préférences
    - Utilité escomptée à temps t_0:

$$E_{t_0}\left[U_{t_0}\right] = E_{t_0}\left[\int_{t_0}^{t_0+X} e^{-\rho(t-t_0)} \log(c_t) dt\right] = \int_{t_0}^{\infty} e^{-(\rho+p)(t-t_0)} \log(c_t) dt$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard III

- Le problème de décision individuel
  - Le ménage dispose d'un revenu salarial, *w(t)*
  - Il maximise alors sa fonction d'utilité sous la contrainte d'une fonction d'accumulation de richesse
  - Cette richesse est supposée d'être constituée par des titres d'assurance-vie, donnant droit à des annuités au taux (équitable d'un point de vue actuaire) *r(t)* + *p*:

$$\max_{(c_t)_{t=0}^{\infty}} \int_0^{\infty} \log(c_t) e^{-(\rho+p)t} dt$$

$$s.c.$$

$$c_t > 0$$

$$\dot{a}_t = (r_t + p)a_t + w_t - c_t$$

$$\lim_{t\to\infty} a_t e^{-\int_0^t (r_s+p)ds} \geq 0$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard IV

- La dernière équation impose une limite sur l'endettement du ménage.
- En effet, sa valeur escomptée ne peut être positive sur un horizon infini
- Autrement dit, le ménage doit, à chaque instant, être capable de pouvoir rembourser sa dette avec la valeur escompté de son revenu futur.
- Cela implique pour la valeur escomptée de sa consommation future:

$$\int_0^{\infty} c_t e^{-\int_0^t (r_s+p)ds} dt \leq a_0 + \overline{w}_0$$

avec

$$\overline{w}_0 \equiv \int_0^{\infty} w_t e^{-\int_0^t (r_s+p)ds} dt$$

c-à-d. que la valeur escomptée de sa consommation future ne peut être supérieure à la somme de son revenu disponible futur et sa richesse initiale

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard V

- La solution du programme individuel (1):
  - La solution découle du Principe de Maximisation de Pontryagin:
  - L'Hamiltonienne s'écrit:

$$H(c,a,\lambda,t) = \log(c_t) + \lambda_t\left[(r_t + p)a_t + w_t - c_t\right]$$

avec les conditions de premier ordre:

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = 0 \Leftrightarrow c_t = \lambda_t^{-1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial a_t} = \lambda_t(r_t + p) = -\dot{\lambda} + (\rho + p)\lambda_t$$

et la condition de transversalité:

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_t e^{-(\rho+p)t} a_t = 0$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard VI

- La solution du programme individuel (2):
  - La consommation optimale du ménage évolue alors de manière suivante (règle de Keynes-Ramsey):

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = r_t - \rho$$

  - En intégrant cette équation différentielle et en utilisant la contrainte escomptée de la p. 140, on obtient alors:

$$c_t = (\rho + p)\left[a_t + \overline{w}_t\right]$$

$$avec$$

$$\overline{w}_t \equiv \int_t^{\infty} w(\tau) e^{-\int_t^{\tau}(r_s + p)ds} d\tau$$

Politique budgétaire:
Le modèle de Blanchard VII

- La solution du programme individuel (3):
  - Démonstration:
    - Intégration de la règle de Keynes-Ramsey à temps *t*:

$$\frac{\dot{c}_s}{c_s} = r_s - \rho \Rightarrow c_s = e^{\int_t^s (r_\tau - \rho) d\tau} c_t, \quad s \geq t$$

    - Substitution de c(s) dans la contrainte budgétaire (p. 140):

$$\int_t^\infty c_s e^{-\int_t^s (r_\tau + p) d\tau} ds \leq a_t + \int_t^\infty w_s e^{-\int_t^s (r_\tau + p) d\tau} ds$$

$$\int_t^\infty c_t \cdot e^{\int_t^s (r_\tau - \rho) d\tau} \cdot e^{-\int_t^s (r_\tau + p) d\tau} ds \leq a_t + \overline{w}_t$$

$$c_t \int_t^\infty e^{-\int_t^s (p + \rho) d\tau} ds \leq a_t + \overline{w}_t$$

$$\frac{c_t}{p + \rho} \leq a_t + \overline{w}_t \Leftrightarrow c_t = (p + \rho)[a_t + \overline{w}_t]$$

Politique budgétaire:
Le modèle de Blanchard VIII

- L'agrégation (1):
  - Le salaire ne dépendant pas de l'age, le salaire agrégé s'écrit:

$$\overline{W}_t = L_t \overline{w}_t = L_0 e^{nt} \int_t^{\infty} w(\tau) e^{-\int_t^{\tau}(r_s + p)ds} d\tau$$

  - En revanche, la consommation et la richesse dépendent de l'age

$$c_{jt} = (\rho + p)\left[a_{jt} + \overline{w}_t\right]$$

  - Notons *L(j,t)* le nombre de personne né à temps j et toujours en vie à temps t:

$$L_{jt} = L_0 e^{nj} b P[X > t - j]$$
$$= L_0 e^{nj} b e^{-p(t-j)}$$

  - On peut alors agréger à travers les générations:

$$C_t = \int_{-\infty}^{t} c_{jt} L_{jt} dj \qquad A_t = \int_{-\infty}^{t} a_{jt} L_{jt} dj$$

Politique budgétaire:
Le modèle de Blanchard IX

- L'agrégation (2):
  - Puisque la propension de consommer de la richesse ne dépend pas de l'age, alors la consommation agrégée s'écrit:

$$C_t = (\rho + p)\left[A_t + \overline{W}_t\right]$$

  - La richesse agrégée peut être réécrite

$$A_t = \int_{-\infty}^{t} a_{jt} L_{jt} dj = \int_{-\infty}^{t} a_{jt} L_0 e^{nj} b e^{-p(t-j)} dj$$

  - En utilisant la formule de Leibniz avec *a(t)*= -∞ et *b(t)=t*, donc *a'(t)=0* et *b'(t)=1*, on obtient

$$\dot{A}_t = a_{tt} L_0 e^{nt} b - 0 + \int_{-\infty}^{t} L_0 b \frac{\partial}{\partial t}\left(a_{jt} e^{nj} e^{-p(t-j)}\right) dj$$

$$= 0 - 0 + L_0 b \int_{-\infty}^{t} e^{nj}\left[-p \cdot a_{jz} e^{-p(t-j)} + \frac{\partial a_{jt}}{\partial t} e^{-p(t-j)}\right] dj$$

$$= -pL_0 b \int_{-\infty}^{t} a_{jt} e^{nj} e^{-p(t-j)} dj + L_0 b \int_{-\infty}^{t} \frac{\partial a_{jt}}{\partial t} e^{nj} e^{-p(t-j)} dj$$

Politique budgétaire:
Le modèle de Blanchard X

- L'agrégation (3):
  - En utilisant l'équation pour *A(t)*, on obtient alors:

$$\dot{A}_t = -pA_t + L_0 b \int_{-\infty}^{t} \frac{\partial a_{jt}}{\partial t} e^{nj} e^{-p(t-j)} dj$$

  - Le deuxième terme de la somme correspond à l'épargne d'un ménage individuel à temps t puisque:

$$\dot{a}_t = \frac{\partial a_{jt}}{\partial t} = (r_t + p) a_t + w_t - c_{jt}$$

  - Ce qui permets de déterminer la forme finale de la dynamique de *A(t)*:

$$\dot{A}_t = -pA_t + L_0 b \left[(r_t + p) \int_{-\infty}^{t} a_{jt} e^{nj} e^{-p(t-j)} dj + w_t \int_{-\infty}^{t} e^{nj} e^{-p(t-j)} dj - \int_{-\infty}^{t} c_{jt} e^{nj} e^{-p(t-j)} dj \right]$$

$$= -pA_t + (r_t + p) A_t + w_t L_t - C_t = r_t A_t + w_t L_t - C_t$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard XI

- L'agrégation (4):
  - La dynamique de la masse salariale se calcule comme suit (en utilisant la règle de Leibniz):

$$\frac{d\overline{W}_t}{dt} = \frac{dL_t}{dt} w_t + L_t \left[-w_t + \int_t^{\infty} w(\tau) e^{-\int_t^{\tau} (r_s + p) ds} (r_t + p) d\tau \right]$$

$$= \frac{\dot{L}_t}{L_t} w_t L_t + L_t \left[-w_t + (r_t + p) \int_t^{\infty} w(\tau) e^{-\int_t^{\tau} (r_s + p) ds} d\tau \right]$$

$$= n\overline{W}_t + (r_t + p) L_t \int_t^{\infty} w(\tau) e^{-\int_t^{\tau} (r_s + p) ds} d\tau - w_t L_t$$

$$= (r_t + n + p) \overline{W}_t - w_t L_t$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard XII

- L'agrégation (5):
  - On peut alors déterminer l'évolution de la consommation agrégée:

$$
\begin{aligned}
\dot{C}_t &= (\rho + p)\left[\dot{A}_t + \dot{\overline{W}}_t\right] \\
&= (\rho + p)\left[r_t A_t + w_t L_t - C_t + (r_t + p + n)\overline{W}_t - w_t L_t\right] \\
&= (\rho + p)\left[r_t A_t - C_t + (r_t + p + n)\left(\frac{C_t}{\rho + p} - A_t\right)\right] \\
&= (\rho + p) r_t A_t - (\rho + p) C_t + (r_t + p + n) C_t - (\rho + p)(r_t + n + p) A_t \\
&= (r_t - \rho + n) C_t - b(\rho + p) A_t
\end{aligned}
$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard XIII

- Le secteur des entreprises:
  - La fonction de production avec le progrès technique neutre au sens de Harrod T_t:

$$Y_t = F(K_t, T_t L_t), \quad T_t = T_0 e^{gt}$$

  - Et en forme intensive:

$$y_t \equiv \frac{Y_t}{T_t L_t} = F\left(\frac{K_t}{T_t L_t}, 1\right) = f(k_t)$$

  - L'équilibre sur les deux marchés de facteurs:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = F_K = r_t + \delta$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = F_L = w_t$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard XIV

- L'évolution du stock de capital:
  - On suppose un marché financier parfait qui permet d'investir l'ensemble des actifs du secteur des ménages en capital physique:

$$K_t = A_t \Rightarrow \dot{K}_t = \dot{A}_t$$

  - L'investissement évolue de la manière suivante:

$$\begin{aligned}\dot{K}_t &= I_t = Y_t - C_t = r_t K_t + w_t L_t - C_t \\ &= [F_k - \delta] K_t + F_L L_t - C_t \\ &= F_k K_t + F_L L_t - \delta K_t - C_t \\ &= Y_t - \delta K_t - C_t\end{aligned}$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard XV

- La dynamique du modèle est alors décrite par le vecteur des variables (K_t,L_t,C_t,T_t).
- On peut réécrire K_t et C_t en forme intensive afin d'obtenir un système dynamique en deux équations seulement.

$$k \equiv \frac{K}{TL}; \quad c \equiv \frac{C}{TL}$$

$$\begin{aligned}\frac{\dot{k}}{k} &= \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{T}}{T} - \frac{\dot{L}}{L} = \frac{Y - \delta K - C}{K} - (g+n)\\ &= \frac{Y/(TL) - C/(TL)}{K/(TL)} - (\delta + g + n)\\ &= \frac{f(k) - c}{k} - (\delta + g + n)\end{aligned}$$

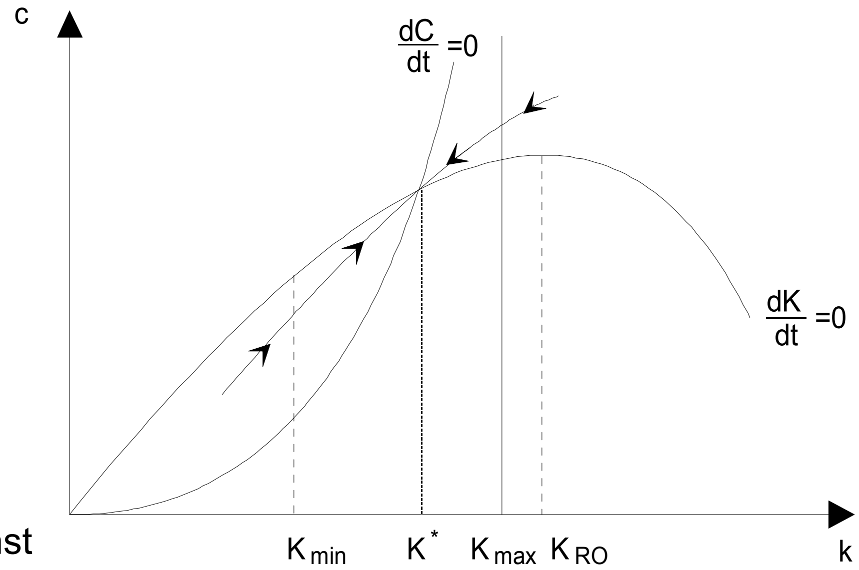
$$\begin{aligned}\frac{\dot{c}}{c} &= \frac{\dot{C}}{C} - \frac{\dot{T}}{T} - \frac{\dot{L}}{L} = r_t - \rho + n - b(\rho + p)\frac{K_t}{C_t} - g - n\\ &= f'(k) - \delta - \rho - g - b(\rho + p)\frac{k_t}{c_t}\end{aligned}$$

Politique budgétaire: Le modèle de Blanchard XVI

- Le diagramme de phase:
  - Les iso-clines:

$$\frac{\dot{k}}{k} = 0 \Rightarrow c = f(k) - (\delta + g + n)k$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = 0 \Rightarrow c = \frac{b(\rho + p)k}{f'(k) - \delta - \rho - g}$$



Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique I

- Introduction d'un secteur publique:
  - Jusque là, le modèle a fait abstraction des impôts, T_t, des dépenses, G_t, et de la dette, B_t, du secteur publique
  - La dette publique évolue en fonction du surplus total (en faisant abstraction du pouvoir publique de financier une partie de la dette par de l'inflation):

$$\dot{B}_t = r_t B_t + G_t - T_t$$

  - On impose que les finances publiques sont soutenables à long terme:

$$\lim_{T \to \infty} B_T e^{-\int_t^T r_z dz} \leq 0$$

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique II

- En combinant ces deux conditions, on obtient alors:

$$\int_t^\infty G_\tau e^{-\int_t^\tau r_z dz} d\tau \leq \int_t^\infty T_\tau e^{-\int_t^\tau r_z dz} d\tau - B_t$$

$$\Leftrightarrow B_t \leq \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau r_z dz} d\tau$$

c'est-à-dire que la valeur actualisée des surplus primaires doit pouvoir couvrir la dette publique à l'instant *t*.

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique III

- La condition de la soutenabilité fiscale ne se fait sentir que si le taux d'intérêt réel à long terme et supérieur à la somme entre taux de croissance de la population et taux de croissance de la productivité du travail.
  - $\lim_{t \to \infty} r_t > n+g$

    la condition de la soutenabilité fiscale doit être satisfaite et le gouvernement doit faire des surplus primaires dans l'avenir
  - $\lim_{t \to \infty} r_t < n+g$

    la condition de la soutenabilité fiscale peut ne pas être satisfaite et le gouvernement n'a pas besoin de faire des surplus primaires dans l'avenir

Politique budgétaire: La dynamique de la dette publique IV

- Démonstration:
  - On analyse le taux d'endettement B_t/Y_t qui évolue de la manière suivante:

$$\frac{B_t}{Y_t} \Rightarrow \frac{\dot{B}_t}{B_t} - \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = r - (n+g)$$

  - Le résultat s'obtient alors immédiatement puisque:
    - Pour r>n+g: la dette publique explose
    - Pour r=n+g: la dette publique se stabilise
    - Pour r<n+g: la dette publique disparaît
  - Dans les deux derniers cas, le gouvernement a alors la possibilité de mener des politique budgétaire sans respecter la condition de soutenabilité.

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique VIII

- Retour à l‘Équivalence Ricardienne (1):
  - Dans un modèle à horizon infini, les ménages sont indifférents au mode de financement des dépenses publiques (augmentation de la dette publique vs. augmentation des impôts).
  - Dans un modèle à horizon fini, les ménages n‘y sont plus indifférents puisque la charge des impôts peut tomber sur d‘autres générations, en fonction de l‘évolution de la dette publique

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique IX

- Retour à l'Équivalence Ricardienne (2):
  - Rappel de la fonction de consommation agrégée:

$$C_t = (\rho + p)[A_t + H_t]$$

avec la valeur actualisée des revenus nets anticipés:

$$H_t = L_t \int_t^{\infty} \left(w(\tau) - \frac{T_\tau}{L_\tau} \right) e^{-\int_t^{\tau} (r_s + p) ds} d\tau$$

et le stock des actifs financiers:

$$A_t = K_t + B_t$$

Politique budgétaire: La dynamique de la dette publique X

- Retour à l'Équivalence Ricardienne (3):
  - Dans ce modèle, la somme B_t+H_t dépend positivement de B_t et, par conséquent, C_t augmente avec la dette publique.
  - Démonstration:
    - Notons que:

$$H_t = L_t \int_t^{\infty} \left(\frac{w_\tau L_\tau - T_\tau}{L_\tau} \right) e^{-\int_t^{\tau}(r_s+p)ds} d\tau$$

$$= \int_t^{\infty} (w_\tau L_\tau - T_\tau) e^{-n(\tau-t)} e^{-\int_t^{\tau}(r_s+p)ds} d\tau$$

$$= \int_t^{\infty} (w_\tau L_\tau - T_\tau) e^{-\int_t^{\tau}(r_s+p+n)ds} d\tau$$

$$= \int_t^{\infty} (w_\tau L_\tau - T_\tau) e^{-\int_t^{\tau}(r_s+b)ds} d\tau$$

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique XI

- Retour à l'Équivalence Ricardienne (4):
  - Et donc:

$$H_t + B_t = \int_t^\infty (w_\tau L_\tau - T_\tau) e^{-\int_t^\tau (r_s + b) ds} d\tau + B_t$$

$$= \int_t^\infty (w_\tau L_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau (r_s + b) ds} d\tau + B_t - \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau (r_s + b) ds} d\tau$$

  - Or:

$$B_t = \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau r_s ds} d\tau$$

  - Et donc:

$$B_t - \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau (r_s + b) ds} d\tau = \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau r_s ds} d\tau - \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau (r_s + b) ds} d\tau = 0 \quad si \quad b = 0$$

$$B_t - \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau (r_s + b) ds} d\tau = \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau r_s ds} d\tau - \int_t^\infty (T_\tau - G_\tau) e^{-\int_t^\tau (r_s + b) ds} d\tau > 0 \quad si \quad b > 0$$

Politique budgétaire: La dynamique de la dette publique XII

- Les effets d'équilibre général de la dette publique (1):
  - Pour cette analyse, on suppose n=0 donc b=p et g=0.
  - Le système dynamique s'écrit alors:

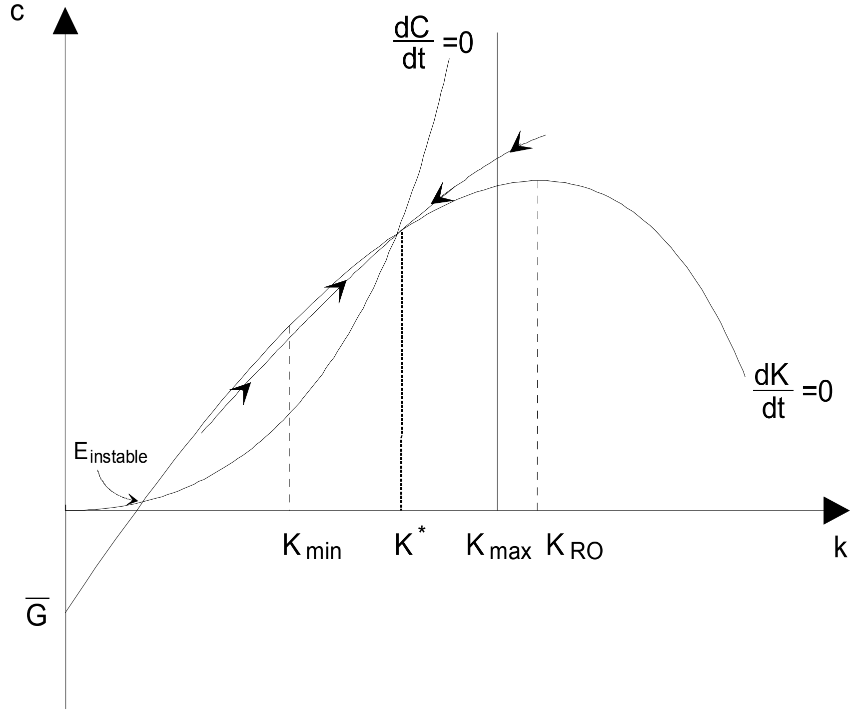
$$\dot{K}_t = F(K_t, L_t) - \delta K_t - C_t - \overline{G}$$
$$\dot{C}_t = (r_t - \rho)C_t - p(\rho + p)A_t$$
$$\dot{B}_t = r_t B_t + \overline{G} - T_t$$

et donc:

$$\dot{K}_t = F(K_t, L_t) - \delta K_t - C_t - \overline{G}$$
$$\dot{C}_t = (F_K(K_t, L_t) - \delta - \rho)C_t - p(\rho + p)(K_t + B_t)$$
$$\dot{B}_t = (F_K(K_t, L_t) - \delta)B_t + \overline{G} - T_t$$

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique XIII

- Les effets d'équilibre général de la dette publique (2):
  - A condition que les finances publiques sont à l'équilibre, un deuxième équilibre (instable) émerge ainsi que la possibilité d'une trappe à pauvreté pour des conditions initiales k_0 petites.



Politique budgétaire: La dynamique de la dette publique XIV

- Les effets d‘équilibre général de la dette publique (3):
  - L‘iso-cline dC/dt=0 n‘est pas affecté pas les dépenses publiques
  - L‘iso-clines dK/dt=0 se déplace vers le bas avec des dépenses publiques plus importantes:

$$\dot{K}_t = 0 \Leftrightarrow C_t = F(K_t, L_t) - \delta K_t - \overline{G}$$

  - Une augmentation des dépenses publiques (accompagnée par une augmentation des impôts) diminue alors le stock de capital et la consommation à l‘équilibre stationnaire
  - Les dépenses publiques sont alors un pure gaspillage

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique XV

- Les effets d'équilibre général de la dette publique (4):
  - L'augmentation de la dette publique pour financer une diminution momentanée des impôts
    - T↓→ C↑ puisque les générations actuelles se sentent plus riches
  - Une politique budgétaire insoutenable
    - La dette publique commence alors a grimper jusqu'au point où elle devient insoutenable
    - Les pouvoir publiques vont alors re-augmenter les taxes au delà de leur niveau initial et la consommation chute

      T↓→B↑→T↑↑→C↓
    - Le stock de capital s'ajuste à un niveau inférieur
  - La durée de la baisse des impôts est cruciale:
    - Plus la durée est longue, plus le re-ajustement des impôts sera important
    - Cela peut pousser la consommation même en dessous du nouveau niveau d'équilibre

Politique budgétaire: La dynamique de la dette publique XVII

- Les multiplicateurs de long terme (1):
  - L'équilibre stationnaire:

$$\dot{K}_t = 0 \Leftrightarrow F\left(K^*, L\right) - \delta K^* = C^* + \overline{G}$$
$$\dot{C}_t = 0 \Leftrightarrow \left(F_K\left(K^*, L\right) - \delta - \rho\right)C^* = p(\rho + p)\left(K^* + \overline{B}\right)$$
$$\dot{B}_t = 0 \Leftrightarrow \left(F_K\left(K^*, L\right) - \delta\right)\overline{B} = T^* - \overline{G}$$

  - Remplacer C* dans la deuxième équation et différencier totalement, on obtient:

$$(F_K - \delta - \rho)\left[(F_K - \delta)dK^* - d\overline{G}\right] + C^* F_{KK} dK^* = p(\rho + p)\left(dK^* + d\overline{B}\right)$$
$$\Leftrightarrow \Theta \cdot dK^* = (F_K - \delta - \rho)d\overline{G} + p(\rho + p)d\overline{B}$$
$$\Theta \equiv (F_K - \delta - \rho)(F_K - \delta) + C^* F_{KK} - p(\rho + p)$$

Politique budgétaire: La dynamique de la dette publique XVIII

- Les multiplicateurs de long terme (2):
  - On peut alors montrer que Θ<0. A l'équilibre stationnaire (stabilité de point de selle), l'iso-cline dC/dt=0 coupe l'iso-cline dK/dt=0 d'en bas, donc:

$$\left.\frac{dC}{dK}\right|_{\dot{C}=0} > F_K - \delta$$

$$\frac{p(\rho + p) - F_{KK} \cdot C^*}{F_K - \delta - \rho} > F_K - \delta$$

$$p(\rho + p) - F_{KK} \cdot C^* > (F_K - \delta)(F_K - \delta - \rho) > 0$$

Politique budgétaire:
La dynamique de la dette publique XIX

- Les multiplicateurs de long terme (3):
  - En connaissance du signe de Θ, on obtient alors comme multiplicateur de long terme pour K*:

$$\frac{\partial K^*}{\partial \overline{B}} = \frac{p(\rho + p)}{\Theta} < 0$$

$$\frac{\partial K^*}{\partial \overline{G}} = \frac{r^* - \rho}{\Theta} < 0$$

  - La dette publique exerce donc un effet négatif sur le stock de capital à l'équilibre, contrairement aux prédictions de l'Équivalence Ricardienne.
  - Cette diminution du stock de capital stationnaire est la contrepartie d'une augmentation momentanée de la consommation des générations précédentes.

Politique budgétaire et fiscale: L‘incidence fiscale I

- Jusque là, les impôts n‘avaient pas d‘impact sur l‘offre de travail ou de capital.
- Introduction des distorsions fiscales:
  - Impôt sur le salaire τ_w
  - Impôt sur le taux d’intérêt τ_r
  - Transferts sociaux u_t
- La contrainte dynamique du ménage s’écrit alors:

$$\dot{a}_t = [(1-\tau_r)r_t + p]a_t + (1-\tau_w)(w_t + u_t) - c_t$$

et la règle Keynes-Ramsey individuelle devient alors:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = (1-\tau_r)r_t + p - (\rho + p) = (1-\tau_r)r_t + \rho$$

Politique budgétaire et fiscale: L‘incidence fiscale II

- Les dépenses publiques sont équilibrées, donc les transferts sociaux se déterminent comme:

$$u_t L_t = \tau_r r_t A_t + \tau_w (w_t + u_t) L_t \Rightarrow u_t = \frac{\tau_r}{1-\tau_w} r_t \frac{A_t}{L_t} + \frac{\tau_w}{1-\tau_w} w_t$$

  – Notons un élément de redistribution entre les riches (les vieux) et les pauvres (les jeunes) puisque ce sont les vieux qui ont accumulé des ressources financières

  – La fonction de consommation devient alors:

$$c_t = (\rho + p)(a_t + h_t)$$

  avec

$$h_t = \int_t^{\infty} (1-\tau_w)(w_s + u_s) e^{-\int_t^s [(1-\tau_r) r_z + p] dz} ds$$

Politique budgétaire et fiscale: L‘incidence fiscale III

- Au niveau agrégée on obtient:

$$\dot{A}_t = (1-\tau_r)r_t A_t + (1-\tau_w)(w_t + u_t)L_t - C_t$$
$$\dot{C}_t = [(1-\tau_r)r_t - \rho + n]C_t - b(\rho + p)A_t$$

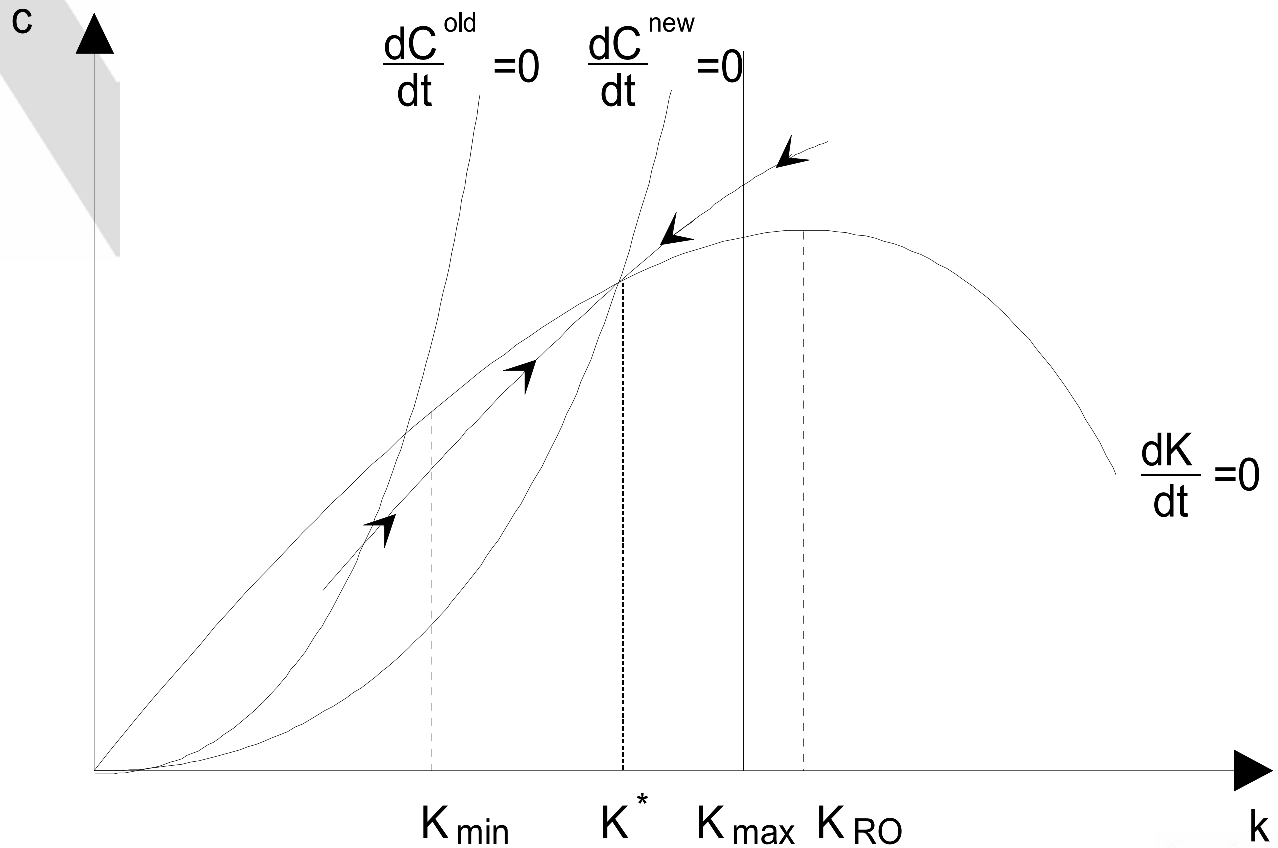
et donc à l’équilibre stationnaire, la dynamique entre stock de capital et consommation se détermine comme suit:

$$\dot{K}_t = F(K_t, L_t) - C_t - \delta K_t$$
$$\dot{C}_t = [(1-\tau_r)(F_K - \delta) - \rho]C_t - p(\rho + p)K_t$$

Notons que la dynamique ne dépend pas de la taxation des salaires puisque l’offre de travail est inélastique.

Comme le montre le graphique suivante, une diminution des impôts sur le taux d’intérêt augmente alors la consommation.

Politique budgétaire et fiscale: L'incidence fiscale IV



Politique budgétaire et fiscale: L'incidence fiscale V

- Avec comme avant:
  - K_{RO}
    $$F_K(K_{RO}) = \delta$$
  - K_{max}
    $$F_K(K_{\max}) = \rho$$
  - K_{min}
    $$F_K(K_{\min}) = \rho + p$$
  - K^*
    $$F_K(K^*) = \delta + \frac{\rho}{1-\tau_r}$$

Politique budgétaire et fiscale: L'incidence fiscale VI

- La dynamique de l'ajustement d'une baisse des impôts:
  - L'effet immédiat sur la consommation est négatif puisque l'économie se déplace sur la nouvelle trajectoire stable
  - A long terme, l'effet sur la consommation est positif
  - Il y a quatre effet qui se superposent:
    - Un effet de substitution vers l'accumulation de capital
    - Un effet de revenu positif puisqu'à chaque moment futur la possibilité de consommation a augmenté
    - Un effet de richesse négative puisque la richesse actualisée diminue
    - Un effet de balance publique négatif puisque les transferts diminueront
  - Initialement, les deux premiers effets se neutralisent, il reste donc les deux derniers qui sont tous les deux négatifs ce qui explique la chute initiale de la consommation.